

## Лекция 8

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК НА ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ

*8.1. Общие положения*

*8.2. Определение сейсмической нагрузки*

*8.3. Примеры расчета*

### **8.1. Общие положения**

Расчет конструкций и оснований зданий и сооружений, проектируемых для строительства в сейсмических районах, должен выполняться в соответствии с СП 14.13330.2014 [18] «Строительство в сейсмических районах» на основные и особые сочетания нагрузок с учетом сейсмических воздействий, соответствующих картам ОСР-97 (А, В, С).

При этом при расчете зданий и сооружений на особое сочетание нагрузок значения расчетных нагрузок следует умножать на коэффициенты сочетаний: для постоянных нагрузок – 0,9, для временных длительных – 0,8, для кратковременных на перекрытия и покрытия – 0,5. Горизонтальные нагрузки от масс на подвесах, температурные климатические воздействия, ветровые нагрузки, динамические воздействия от оборудования и транспорта, тормозные и боковые усилия от движения кранов при этом не учитываются.

При выполнении расчетов сооружений с учетом сейсмических воздействий следует использовать две расчетные ситуации:

а) сейсмические нагрузки соответствуют уровню ПЗ (проектное землетрясение). Целью расчетов на воздействие ПЗ является предотвращение частичной или полной потери сооружением эксплуатационных свойств. Расчетные модели сооружений следует принимать соответствующими упругой области деформиро-

вания. Расчеты зданий и сооружений на особые сочетания нагрузок следует выполнять на нагрузки согласно п. 5.5, 5.9, 5.10;

б) сейсмические нагрузки соответствуют уровню МРЗ (максимальное расчетное землетрясение). Для определения расчетных сейсмических нагрузок следует использовать карты ОСР-97-В для сооружений и карты ОСР-97-С. Формирование расчетных моделей сооружений следует проводить с учетом возможности развития в несущих и не несущих элементах конструкций неупругих деформаций и локальных хрупких разрушений.

Сейсмические воздействия могут иметь любое направление в пространстве. Для зданий и сооружений с простым конструктивно-планировочным решением допускается принимать расчетные сейсмические нагрузки, действующие горизонтально в направлении их продольных и поперечных осей. Действие сейсмических нагрузок в указанных направлениях можно учитывать раздельно.

При расчете сооружений со сложным конструктивно-планировочным решением следует учитывать наиболее опасные с точки зрения максимальных значений сейсмической реакции сооружения или его частей направления действия сейсмических нагрузок.

Конструктивно-планировочное решение зданий и сооружений считается простым, если выполняются все нижеперечисленные условия:

а) первая и вторая формы собственных колебаний сооружения не являются крутильными относительно вертикальной оси;

б) максимальное и среднее значения горизонтальных смещений каждого перекрытия по любой из поступательных форм собственных колебаний сооружения различаются не более чем на 10 %;

в) значения периодов всех учитываемых форм собственных колебаний должны отличаться друг от друга не менее чем на 10 %;

г) соответствует требованиям пункта 4.3 СП [18] (применение карт сейсмического районирования);

д) иметь высоту не более указанной в таблице 8 СП [18];

е) в перекрытиях отсутствуют большие проемы, ослабляющие диски перекрытий.

Вертикальную сейсмическую нагрузку необходимо учитывать совместно с горизонтальной при расчете:

- горизонтальных и наклонных консольных конструкций;
- пролетных строений мостов;
- рам, арок, ферм, пространственных покрытий зданий и сооружений пролетом 24 м и более;
- сооружений на устойчивость против опрокидывания или против скольжения;
- каменных конструкций.

При определении расчетных сейсмических нагрузок на здания и сооружения следует принимать расчетные динамические модели конструкций, согласованные с расчетными статическими моделями конструкций и учитывающие особенности распределения нагрузок, масс и жесткостей зданий и сооружений в плане и по высоте, а также пространственный характер деформирования конструкций при сейсмических воздействиях.

Массы (вес) нагрузок и элементов конструкций в моделях допускается принимать сосредоточенными в узлах расчетных схем. При вычислении массы необходимо учитывать только нагрузки, создающие инерционные силы.

## 8.2. Определение сейсмической нагрузки

Расчетная сейсмическая нагрузка  $S_{ik}^j$  по направлению обобщенной координаты с номером  $j$ , приложенная к узловой точке  $k$  модели и соответствующая  $i$ -й форме собственных колебаний зданий или сооружений, определяется по формуле

$$S_{ik}^j = K_0 K_1 S_{0ik}^j,$$

где  $K_0$  – коэффициент, учитывающий назначение сооружения и его ответственность, принимаемый по табл. 3 СП (рис. 8.1) [18];

$K_1$  – коэффициент, учитывающий допускаемые повреждения зданий и сооружений, принимаемый по табл. 5 СП (рис. 8.2) [18];

Т а б л и ц а 3 — Коэффициенты  $K_0$ , определяемые назначением сооружения

Назначение сооружения или здания	Значение коэффициента $K_0$
1 Монументальные здания и другие сооружения; крупные театры, дворцы спорта и концертные залы с одновременным пребыванием в них более 2000 человек, правительственные здания повышенной ответственности, радиостанции с общей мощностью передатчиков в одном здании более 500 Вт	2,0
2 Здания и сооружения: функционирование которых необходимо при землетрясении и ликвидации его последствий (здания правительственной связи; службы МЧС и полиции; системы энерго- и водоснабжения; сооружения пожаротушения, газоснабжения; сооружения, содержащие большое количество токсичных или взрывчатых веществ, которые могут быть опасными для населения; медицинские учреждения, имеющие оборудование для использования в аварийных ситуациях); в которых возникает опасность для находящихся в них людей (больницы, школы, дошкольные учреждения, вокзалы, аэропорты, музеи, театры, цирки, концертные и спортивные залы, крытые рынки, торговые комплексы с одновременным пребыванием в них более 300 человек, многоэтажные здания высотой более 16 этажей); другие здания и сооружения, отказы которых могут привести к тяжелым экономическим, социальным и экологическим последствиям	1,5
3 Другие здания и сооружения, не указанные в 1 и 2	1,0
4 Временные постройки со сроком эксплуатации до 3 лет	0,75
<p><b>Примечания</b></p> <p>1 Отнесение сооружения к назначению сооружения или здания производится заказчиком по представлению генпроектировщика.</p> <p>2 Идентификация зданий и сооружений по принадлежности к опасным производственным объектам проводится в соответствии с законодательством Российской Федерации в области промышленной безопасности.</p> <p>3 При расчете сооружений с использованием расчетных моделей сейсмических воздействий, например в виде инструментальных или синтезированных акселерограмм, максимальные амплитуды ускорений основания следует принимать не менее 100, 200 или 400 см/с<sup>2</sup> при сейсмичности площадок строительства 7, 8 и 9 баллов соответственно и умножать на коэффициент <math>K_0</math> (1 и 2 таблицы 3).</p>	

Рис. 8.1. Таблица 3 СП

$S_{0ik}^j$  – значение сейсмической нагрузки для  $i$ -й формы собственных колебаний здания или сооружения, определяемое в предположении упругого деформирования конструкций по формуле

$$S_{0ik}^j = g m_k^j A K_A \beta K_{\psi} \eta_{ik}^j,$$

где  $g$  – ускорение силы тяжести;  $m_k^j$  – масса здания или момент инерции соответствующей массы здания, отнесенные к точке

$k$  по обобщенной координате  $j$ , определяемые с учетом расчетных нагрузок на конструкции;  $A$  – коэффициент, значение которого следует принимать равным 0,1; 0,2; 0,4 для расчетной сейсмичности 7, 8, 9 баллов соответственно;  $K_A$  – коэффициент, значения которого следует принимать по табл. 4 СП (рис. 8.3) [18] в зависимости от сочетаний расчетной сейсмической интенсивности на картах  $A$ ,  $B$  и  $C$  (комплекта карт ОСР-97);  $\beta_i$  – коэффициент динамичности, соответствующий  $i$ -й форме собственных колебаний зданий или сооружений, принимаемый в соответствии с 5.6 СП [18].

Таблица 5 — Коэффициенты  $K_1$ , учитывающие допускаемые повреждения зданий и сооружений

Тип здания или сооружения	Значения $K_1$
1 Здания и сооружения, в конструкциях которых повреждения или неупругие деформации не допускаются	1
2 Здания и сооружения, в конструкциях которых могут быть допущены остаточные деформации и повреждения, затрудняющие нормальную эксплуатацию, при обеспечении безопасности людей и сохранности оборудования, возводимые: из деревянных конструкций со стальным каркасом без вертикальных диафрагм или связей то же, с диафрагмами или связями из железобетонных крупнопанельных или монолитных конструкций из железобетонных объемно-блочных и панельно-блочных конструкций с железобетонным каркасом без вертикальных диафрагм или связей то же, с заполнением из кирпичной или каменной кладки то же, с диафрагмами или связями из кирпичной или каменной кладки	0,15 0,25 0,22 0,25 0,3 0,35 0,4 0,3 0,4
3 Здания и сооружения, в конструкциях которых могут быть допущены значительные остаточные деформации, трещины, повреждения отдельных элементов, их смещения, временно приостанавливающие нормальную эксплуатацию при наличии мероприятий, обеспечивающих безопасность людей	0,12
Примечание — Отнесение зданий и сооружений к 1 и 3 типам проводится заказчиком по представлению генпроектировщика.	

Рис. 8.2. Таблица 5 СП

Значения коэффициента динамичности в зависимости от расчетного периода собственных колебаний здания или сооружения по  $i$ -й форме при определении сейсмических нагрузок следует принимать по формулам (представлены ниже) или графику для определения коэффициента динамичности (рис. 8.4) [18];

Т а б л и ц а 4 — Значения коэффициента  $K_d$  в зависимости от сочетаний расчетной сейсмической интенсивности района строительства на картах А, В и С ОСП-97

№ сочетаний	Интенсивность (в баллах MSK) на картах ОСП-97			Значения коэффициента $K_A$
	ОСП-97-А	ОСП-97-В	ОСП-97-С	
1	7	7	7	1,0
	8	8	8	
	9	9	9	
2	7	7	8	1,2
	8	8	9	
	9	9	10	
3	7	8	8	1,4
	8	9	9	
	9	10	10	
4	7	8	9	1,5
	8	9	10	

П р и м е ч а н и е — При использовании результатов сейсмического микрорайонирования участка строительства значение коэффициента  $K_A$  принимают равным 1,0, а значение коэффициента  $K_0$  — по таблице 3.

Рис. 8.3. Таблица 4 СП

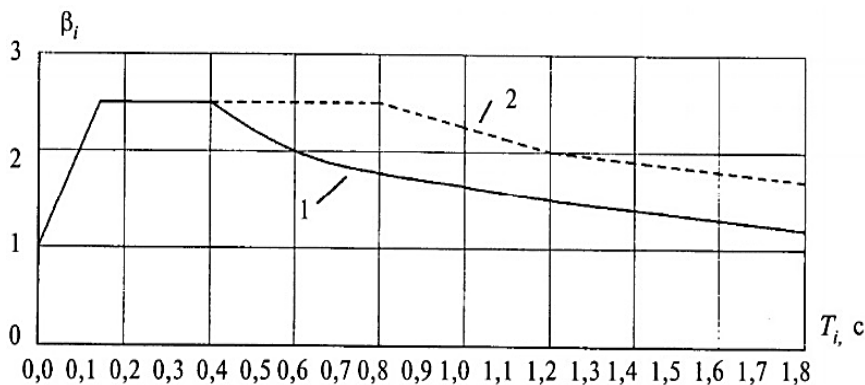


Рис. 8.4. График для определения коэффициента динамичности

Здесь для грунтов категорий I и II по сейсмическим свойствам используется кривая 1, для грунтов III категории используется кривая 2. Формулы для определения коэффициента динамичности имеют вид [18]:

для грунтов категорий I и II:

$$T_i \leq 0,1 \text{ с}, \quad \beta_i = 1 + 15T_i;$$

$$0,1 \text{ с} < T_i \leq 0,4 \text{ с}, \quad \beta_i = 2,5;$$

$$T_i > 0,4 \text{ с}, \quad \beta_i = 2,5(0,4/T_i)^{0,5};$$

для грунтов III категории:

$$T_i \leq 0,1 \text{ с}, \quad \beta_i = 1 + 15T_i;$$

$$0,1 \text{ с} < T_i \leq 0,8 \text{ с}, \quad \beta_i = 2,5;$$

$$T_i > 0,8 \text{ с}, \quad \beta_i = 2,5(0,8/T_i)^{0,5}.$$

Во всех случаях значение  $\beta_i$  принимается не менее 0,8.

$K_\psi$  – коэффициент, принимаемый по табл. 6 или в соответствии с указаниями раздела 8 СП (рис. 8.5) [18];  $\eta_{ik}^j$  – коэффициент, зависящий от формы деформации здания или сооружения при его собственных колебаниях по  $i$ -й форме, от узловой точки приложения рассчитываемой нагрузки и направления сейсмического воздействия.

Т а б л и ц а 6 — Коэффициент, учитывающий способность зданий и сооружений к рассеиванию энергии

Характеристика зданий и сооружений	$K_\psi$
1 Высокие сооружения небольших размеров в плане (башни, мачты, дымовые трубы, отдельно стоящие шахты лифтов и т.п.)	1,5
2 Каркасные бесшвевые здания, стеновое заполнение которых не оказывает влияния на их деформируемость	1,3
3 Здания и сооружения, не указанные в 1-2, кроме гидротехнических сооружений	1

Рис. 8.5. Таблица 6 СП

Для зданий и сооружений, рассчитываемых по консольной схеме, значения  $\eta_{ik}^j$  при поступательном (горизонтальном) сейсмическом воздействии без учета моментов инерции массы следует определять по формуле

$$\eta_{ik}^j = \frac{X_i(x_k) \sum_{j=1}^n m_j X_i(x_j)}{\sum_{j=1}^n m_j X_i^2(x_j)},$$

где  $X_i(x_k)$ ,  $X_i(x_j)$  – смещения здания или сооружения при собственных колебаниях по  $i$ -й форме в рассматриваемой точке  $k$  и во всех точках  $j$ , где в соответствии с расчетной схемой его масса принята сосредоточенной;  $m_j$  – масса здания или сооружения, отнесенная к узловой точке  $j$ , определяемая с учетом расчетных нагрузок на конструкцию.

От сейсмических нагрузок по каждой форме колебаний определяют усилия в конструкциях. Расчетные значения поперечных и продольных усилий, изгибающих и крутящего моментов, нормальных и касательных напряжений  $N_p$  в конструкциях от сейсмической нагрузки при условии статического действия ее на сооружение, а также расчетные значения перемещений определяются по формуле

$$N_p = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n N_i^2},$$

где  $N_i$  – значение усилия (момента, напряжения, перемещения), вызываемого сейсмическими нагрузками, соответствующими  $i$ -й форме колебаний;  $n$  – число учитываемых в расчете форм колебаний. Знаки для вычисляемых факторов следует назначать по знакам значений соответствующих факторов для форм с максимальными модальными массами.

Ниже приведены примеры определения сейсмических нагрузок и внутренних усилий от них при расчете зданий и сооружений по нормативной методике.

### 8.3. Примеры расчета

Ниже приведены примеры определения сейсмических нагрузок и внутренних усилий от них при расчете зданий и сооружений по нормативной методике (с применением спектральной теории расчета и консольной расчетной схемы).



*Пример 1* [26]

Необходимо рассчитать усилия в опоре ветроэнергетической установки (ВЭУ) башенного типа с горизонтальной осью вращения ветроколеса от горизонтального сейсмического воздействия по нормативной методике (рис. 8.6). Установка подвержена горизонтальному сейсмическому воздействию интенсивностью 9 баллов по шкале MSK-64, используемой в Российской Федерации для оценки интенсивности землетрясений.

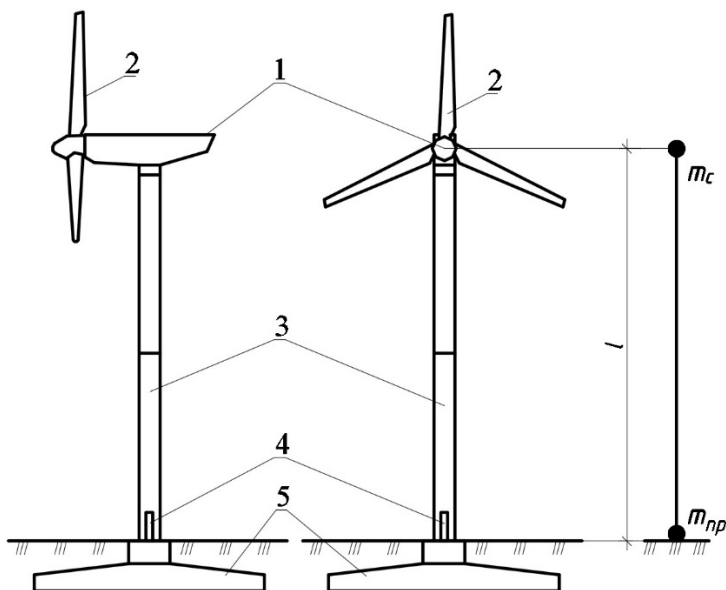


Рис. 8.6. Ветроэнергетическая установка: 1 – гондола; 2 – ветроколесо; 3 – опора ветроэнергетической установки; 4 – анкерные болты; 5 – фундамент

Для составления расчетной схемы ВЭУ используем следующие данные об ее элементах.

Башня ВЭУ представляет собой вертикальную стальную трубу с толщиной стенки  $t = 0,01$  м и со средним наружным диаметром  $D = 2,1$  м. Длина трубы, на верхнем конце которой расположена гондола с ветроколесом,  $l = 29,0$  м.

Внутри гондолы находятся вал, его опорная конструкция, редуктор, генератор и другое оборудование ВЭУ. Полная масса гондолы  $m = 6000$  кг.

ВЭУ находится в сейсмическом районе с расчетной сейсмичностью 9 баллов по шкале MSK-64 (определяется согласно карт ОСР-97, решение о выборе карты для оценки сейсмичности площадки при проектировании конкретного объекта принимается заказчиком по представлению генерального проектировщика).

Расчет выполнить вручную по приближенной расчетной схеме в виде системы с одной степенью свободы (для зданий и сооружений с простым конструктивно-планировочным решением для расчетной ситуации ПЗ расчетные сейсмические нагрузки допускается определять с использованием консольной расчетной динамической модели).

*Решение.* Выполним предварительные расчеты для получения расчетной схемы ВЭУ в виде системы с одной степенью свободы.

Башня ВЭУ представляет собой стержень с равномерно распределенной по его длине массой (линейной плотностью):

$$\rho = 7850 \frac{\pi}{4} [2,1^2 - (2,1 - 0,02)^2] = 515,425 \text{ кг/м},$$

где  $7850 \text{ кг/м}^3$  – плотность стали;  $A = \frac{\pi(D^2 - (D - d)^2)}{4}$  – площадь поперечного сечения кольцевого сечения башни;  $D$  – внешний диаметр,  $d$  – внутренний диаметр.

Масса башни составит:

$$m_6 = \rho \cdot l = 515,425 \cdot 29,0 = 1,495 \cdot 10^4 \text{ кг}.$$

Для получения расчетной схемы ВЭУ в виде системы с одной степенью свободы равномерно распределенная масса башни приводится к сосредоточенным массам по ее концам:

$$m_{\text{пр}} = 1,495 \frac{10^4}{2} = 7,475 \cdot 10^3 \text{ кг}.$$

Приведенная масса на верхнем конце суммируется с сосредоточенной массой гондолы, в результате чего получается суммарная масса:

$$m_c = m_6 + m_{np} = 7,475 \cdot 10^3 + 6000 = 1,347 \cdot 10^4 \text{ кг.}$$

Башня нижним торцом крепится с помощью анкерных болтов к железобетонному фундаменту. В примере для упрощения задачи будем пренебрегать податливостью грунтового основания и фундамента и будем полагать, что башня жестко защемлена по нижнему торцу. Поэтому приведенная масса, отнесенная к нижнему концу башни, в ее колебаниях не участвует, а считается присоединенной к массе фундамента.

В результате получена расчетная схема в виде невесомой линейно деформируемой консоли с одной верхней точечной массой. Такая система при горизонтальном сейсмическом воздействии работает как система с одной степенью свободы.

Выполним расчеты для определения коэффициента динамичности.

Рассчитываем коэффициент упругой податливости консоли:

$$\delta = \frac{l^3}{3EI} = \frac{29^3}{3 \cdot 2,06 \cdot 10^{11} \cdot \pi \left[ \frac{2,1^4 - (2,1 - 0,02)^4}{64} \right]} = 1,101 \cdot 10^{-6} \text{ м/н,}$$

где  $E = 2,06 \cdot 10^{11}$  Па – модуль упругости (вертикальной трубы) стали;  $I = \pi \left[ \frac{(D^4 - (D - d)^4)}{64} \right]$  – момент инерции кольцевого сечения.

Находим круговую собственную частоту системы с одной степенью свободы:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m_c \delta}} = \sqrt{\frac{1}{1,101 \cdot 10^{-6} \cdot 1,347 \cdot 10^4}} = 8,212 \text{ рад/с.}$$

Находим период собственных колебаний системы с одной степенью свободы:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3,14}{8,212} = 0,765 \text{ с.}$$

Определим коэффициент динамичности.

Основание в нашем примере считаем жестким, поэтому отнесем его к грунту I категории.

Значения коэффициента динамичности  $\beta$  в зависимости от расчетного периода собственных колебаний  $T$  здания или сооружения по  $i$ -й форме при определении сейсмических нагрузок следует принимать по формулам или графику (рис. 8.4) (согласно п. 5.6 СП).

Таким образом, согласно графику при периоде колебаний системы, равном 0,765 с, имеем значение коэффициента динамичности около 1,8.

Или, по формуле,  $T_i = 0,765 \geq 0,4$  с,

$$\beta_i = 2,5(0,4/T_i)^{0,5} = 2,5(0,4/0,765)^{0,5} = 1,808.$$

Находим значение сейсмической нагрузки для  $i$ -й формы собственных колебаний (п. 5.5, формула 2 СП).

$$S_{0ik}^j = gm_k^j AK_A \beta K_\psi \eta_{ik}^j,$$

где  $g$  – ускорение силы тяжести 9,81 (м/с<sup>2</sup>);  $m_k^j$  – масса, отнесенная к точке по обобщенной координате ( $m_k^j = 1,347 \cdot 10^4$  кг);  $A$  – коэффициент, значение которого принимается равным 0,1; 0,2; 0,4 для расчетной сейсмичности 7, 8 и 9 баллов соответственно. Принимаем  $A = 0,4$ ;  $K_A$  – коэффициент, значения которого следует принимать по табл. 4 СП (рис. 8.3) в зависимости от сочетаний расчетной сейсмической интенсивности на картах  $A$ ,  $B$  и  $C$  (комплекта карт ОСР-97). Так как в настоящем примере не рассматривается конкретный город строительства, то примем условно  $K_A = 1,2$ ;  $\beta_i$  – коэффициент динамичности, соответствующий  $i$ -й форме собственных колебаний системы. Принимаем  $\beta_i = 1,808$ ;  $K_\psi$  – коэффициент, учитывающий способность зданий и сооружений к рассеиванию энергии и принимаемый по

табл. 6 СП (рис. 8.5). Принимаем  $K_\psi = 1,5$ ;  $\eta_{ik}^j$  – коэффициент, зависящий от формы деформации здания или сооружения при его собственных колебаниях по  $i$ -й форме от узловой точки приложения рассчитываемой нагрузки и направления сейсмического воздействия, определяемый по п. 5.7, п. 5.8 СП. Принимаем  $\eta_{ik}^j$  – для одномассовой системы равным 1.

Таким образом,

$$S_{0ik}^j = gm_k^j AK_A \beta K_\psi \eta_{ik}^j = \\ = 9,81 \cdot 1,347 \cdot 10^4 \cdot 0,4 \cdot 1,2 \cdot 1,808 \cdot 1,5 \cdot 1 = 72015,478 \text{ Н.}$$

Вычислим расчетное значение сейсмической нагрузки на ВЭУ в предположении упругого деформирования конструкции (п. 5.5, формула 1 СП):

$$S_{ik}^j = K_0 K_1 S_{0ik}^j,$$

где:  $K_0$  – коэффициент, учитывающий назначение сооружения и его ответственность, принимаемый по табл. 3 СП (рис. 8.1). Принимаем  $K_0 = 1$ ;  $K_1$  – коэффициент, учитывающий допускаемые повреждения зданий и сооружений, принимаемый по табл. 5 СП (рис. 8.2). Принимаем  $K_1 = 0,25$ .

Таким образом,

$$S_{ik}^j = K_0 K_1 S_{0ik}^j = 1 \cdot 0,25 \cdot 72015,478 = 43003,87 \text{ Н.}$$

Определяем поперечную силу и изгибающий момент в заделке консоли (расчетная сейсмическая сила  $S$  хотя и определена с помощью динамического расчета, представляет собой статическую силу, поэтому и ординаты эпюр  $M$  и  $Q$  являются расчетными ординатами, не зависящими от времени):

Поперечная сила составит:

$$Q = S_{ik}^j = 43,0 \text{ кН.}$$

Изгибающий момент составит:

$$M_{\max} = S_{ik}^j l = 43,0 \cdot 29 = 1247 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

*Пример 2 [9]*

Необходимо рассчитать реальное каркасное безсвязевое трехэтажное здание, при этом расчетная схема принимается в виде консольного стержня с массами, сосредоточенными в уровнях перекрытий и покрытия, т. е. в виде трехмассовой системы (рис. 8.7). Расчетную сейсмичность площадки строительства примем 8 баллов.

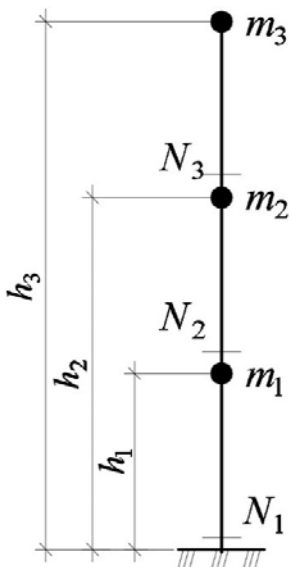


Рис. 8.7. Расчетная схема трехэтажного здания

Значение масс составляет:

$$m_1 = 802,4 \text{ кН}; m_2 = 802,4 \text{ кН}; m_3 = 730,5 \text{ кН}.$$

Высота этажа принята равной 8,25 м; соответственно

$$h_1 = 8,25 \text{ м}; h_2 = 16,5 \text{ м}; h_3 = 24,75 \text{ м}.$$

Модуль упругости консольного стержня:

$$EI = 19,321 \cdot 10^7 \text{ кН} \cdot \text{м}^2.$$

На рис. 8.7 также показаны расчетные сечения, для которых надлежит вычислить значения внутренних усилий.

Определим собственные частоты и собственные формы колебаний.

Собственные частоты определяем с помощью векового уравнения, получаемого из определителя:

$$\begin{vmatrix} (\delta_{11}m_1 - \lambda) & \delta_{12}m_2 & \delta_{13}m_3 \\ \delta_{21}m_1 & (\delta_{22}m_2 - \lambda) & \delta_{23}m_3 \\ \delta_{31}m_1 & \delta_{32}m_2 & (\delta_{33}m_3 - \lambda) \end{vmatrix} = 0.$$

Коэффициенты матрицы податливости  $\delta_{ik}$  можно определять известным способом путем «перемножения» эпюр изгибающих моментов, построенных для консольного стержня от действия единичных значений сил  $\bar{S}_i = 1 (i = 1, 2, 3)$ .

В этом случае для вычисления коэффициента  $\delta_{ik}$  могут быть рекомендованы следующие формулы:

- при  $i = j, \delta_{ij} = (h_i)^3 / 3EI$ ;
- при  $i < j, \delta_{ij} = \frac{h_i}{6EI} [2h_i h_j + h_i (h_j - h_i)]$ ;
- при  $i > j, \delta_{ij} = \frac{h_j}{6EI} [2h_i h_j + h_j (h_i - h_j)]$ .

Подсчитывая эти коэффициенты, получаем следующую матрицу податливости (м/Н):

$$L = \delta = \begin{vmatrix} 9,687 \cdot 10^{-10} & 2,422 \cdot 10^{-9} & 3,875 \cdot 10^{-9} \\ 2,422 \cdot 10^{-9} & 7,75 \cdot 10^{-9} & 1,356 \cdot 10^{-8} \\ 3,875 \cdot 10^{-9} & 1,356 \cdot 10^{-8} & 2,616 \cdot 10^{-8} \end{vmatrix}.$$

Раскрывая определитель, получаем кубическое уравнение относительно параметра  $\lambda$ .

$$a_3 \lambda^3 - a_2 \lambda^2 - a_1 \lambda + a_0 = 0,$$

где  $a_0 = 1,39 \cdot 10^{-9}$ ;  $a_1 = 1,811 \cdot 10^{-5}$ ;  $a_2 = 0,026$ ;  $a_3 = 1$ .

Решая уравнение, находим:

$$\lambda_1 = 0,025; \lambda_2 = 6,233 \cdot 10^{-4}; \lambda_3 = 8,781 \cdot 10^{-5}.$$

Тогда собственные частоты, определяемые по формуле  $\omega_i = \sqrt{1/\lambda_i}$ , оказываются равными (рад/с):

$$\omega_1 = 6,276; \omega_2 = 40,056; \omega_3 = 106,714.$$

Соответствующие периоды собственных колебаний, вычисленные по формуле  $T_i = 2\pi/\omega_i$  (с), равны:

$$T_1 = 1,0; T_2 = 0,157; T_3 = 0,059.$$

Вычисляя собственные векторы матрицы, находим:

$$\vec{V}_1^T = \{0,157; 0,533; 1,0\};$$

$$\vec{V}_2^T = \{-1,172; -1,364; 1,0\};$$

$$\vec{V}_3^T = \{4,212; -2,951; 1,0\}.$$

Формы собственных колебаний, соответствующие этим векторам, показаны на рис. 8.8.

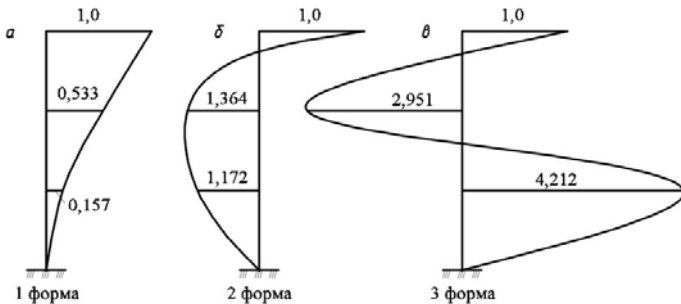


Рис. 8.8. Формы собственных колебаний: а – первая форма; б – вторая форма; в – третья форма

Далее подсчитываем нормированные коэффициенты форм  $\eta_{jk}$ . Например,

$$\eta_{11} = \frac{0,157(802,4 \cdot 0,157 + 802,4 \cdot 0,533 + 730,5 \cdot 1,0)}{802,4 \cdot 0,157^2 + 802,4 \cdot 0,533^2 + 730,5 \cdot 1,0^2} = 0,206.$$

Остальные коэффициенты подсчитываются аналогичным образом. Матрица нормированных коэффициентов форм колебаний приведена ниже:



$$\eta_{ik}^j = \begin{vmatrix} 0,206 & 0,460 & 0,334 \\ 0,699 & 0,535 & -0,234 \\ 1,313 & -0,392 & 0,073 \end{vmatrix}$$

Вычисленные значения нормированных коэффициентов форм, как нетрудно убедиться, по каждой форме в сумме равны 1. Определим сейсмические нагрузки, используя формулы СП.

$$S_{0ik}^j = gm_k^j AK_A \beta_i K_\psi \eta_{ik}^j;$$

$$S_{ik}^j = K_0 K_1 S_{0ik}^j,$$

где  $g$  – ускорение силы тяжести  $9,81$  (м/с<sup>2</sup>);  $m_k^j$  – масса, отнесенная к точке по обобщенной координате ( $m_1 = 802,4$  кН;  $m_2 = 802,4$  кН;  $m_3 = 730,5$  кН);  $A$  – коэффициент, значение которого принимается равным  $0,2$  для расчетной сейсмичности 8 баллов;  $K_A$  – коэффициент, значения которого следует принимать по табл. 4 СП (рис. 8.3) в зависимости от сочетаний расчетной сейсмической интенсивности на картах  $A$ ,  $B$  и  $C$  (комплекта карт ОСР-97). Так как в настоящем примере не рассматривается конкретный город строительства, то примем условно  $K_A = 1,2$ ;  $\beta_i$  – коэффициент динамичности, соответствующий  $i$ -й форме собственных колебаний системы. Назначаем по формулам СП в зависимости от значения периода собственных колебаний (условно примем третью категорию грунта):

для первой формы:

$$T_1 = 1,0; T_1 > 0,8 \text{ с}; \beta_i = 2,5(0,8/1,0)^{0,5} = 2,236.$$

для второй формы:

$$T_2 = 0,157; 0,1 \text{ с} < T_2 < 0,8 \text{ с}; \beta_i = 2,5.$$

для третьей формы:

$$T_3 = 0,059; T_3 \leq 0,1 \text{ с}; \beta_i = 1 + 15 \cdot 0,059 = 1,885.$$

Все значения коэффициентов динамичности больше, чем  $0,8$ , следовательно, они удовлетворяют требованиям СП;  $K_\psi$  – коэффициент, учитывающий способность зданий и сооружений к рассеиванию

энергии и принимаемый по табл. 6 СП (рис. 8.5). Принимаем  $K_{\psi} = 1,3$ ;  $K_0$  – коэффициент, учитывающий назначение сооружения и его ответственность, принимаемый по табл. 3 СП (рис. 8.1). Принимаем  $K_0 = 1$ ;  $K_1$  – коэффициент, учитывающий допускаемые повреждения зданий и сооружений, принимаемый по табл. 5 СП (рис. 8.2). Принимаем как для зданий с железобетонным каркасом без вертикальных диафрагм и связей  $K_1 = 0,35$ .

Определим сейсмические нагрузки, соответствующие первой форме колебаний.

Сначала находим нормативные значения действующих сейсмических сил  $S_{0ik}^j$ .

$$S_{011} = 9,81 \cdot 802,4 \cdot 0,2 \cdot 1,2 \cdot 2,236 \cdot 1,3 \cdot 0,206 = 1131,236 \text{ кН};$$

$$S_{012} = 9,81 \cdot 802,4 \cdot 0,2 \cdot 1,2 \cdot 2,236 \cdot 1,3 \cdot 0,699 = 3838,517 \text{ кН};$$

$$S_{013} = 9,81 \cdot 730,5 \cdot 0,2 \cdot 1,2 \cdot 2,236 \cdot 1,3 \cdot 1,313 = 6564,178 \text{ кН}.$$

Таким образом, получаем:

$$\vec{S}_{01}^T = \{1131,236; 3838,517; 6564,178\} \text{ кН}.$$

Теперь можно определить расчетные сейсмические силы для первой формы колебаний:

$$S_{11} = 1 \cdot 0,35 \cdot 1131,236 = 395,933 \text{ кН};$$

$$S_{12} = 1 \cdot 0,35 \cdot 3838,517 = 1343,48 \text{ кН};$$

$$S_{13} = 1 \cdot 0,35 \cdot 6564,178 = 2297,462 \text{ кН}.$$

Таким образом, получаем:

$$\vec{S}_1^T = \{395,933; 1343,48; 2297,462\} \text{ кН}.$$

Теперь нетрудно вычислить внутренние усилия в расчетных сечениях стержня в предположении статического воздействия сейсмических сил (рис. 8.9).

Значения поперечных сил составят:

$$Q_{N31} = 2297,462 \text{ кН};$$

$$Q_{N21} = 2297,462 + 1343,48 = 3640,942 \text{ кН};$$

$$Q_{N11} = 3640,942 + 395,933 = 4036,875 \text{ кН}.$$

Значения изгибающих моментов составят:

$$M_{N31} = 2297,462 \cdot 8,25 = 18954,06 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{N21} = 2297,462 \cdot 16,5 + 1343,48 \cdot 8,25 = 48991,83 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{N11} = 2297,462 \cdot 24,75 + 1343,48 \cdot 16,5 + 395,933 \cdot 8,25 = 82296,052 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Таким образом, получаем:

$$\bar{Q}_1^T = \{4036,875; 3640,942; 2297,462\} \text{ кН};$$

$$\bar{M}_1^T = \{82296,052; 48991,83; 18954,06\} \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Аналогичным образом определим сейсмические нагрузки, соответствующие второй и третьей формам колебаний.

Сначала находим нормативные значения действующих сейсмических сил  $S_{0ik}^j$ .

Для второй формы колебаний

$$S_{021} = 9,81 \cdot 802,4 \cdot 0,2 \cdot 1,2 \cdot 2,5 \cdot 1,3 \cdot 0,460 = 2824,31 \text{ кН};$$

... ..

Таким образом, получаем:

$$\bar{S}_{02}^T = \{2824,31; 3777,514; -2191,138\} \text{ кН}.$$

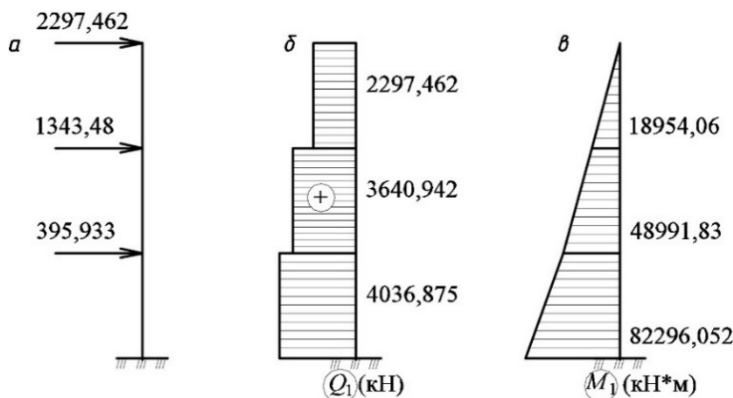


Рис. 8.9. Нагрузки и эпюры внутренних усилий по первой форме колебаний: а – схема приложения нагрузки; б – эпюра поперечных сил; в – эпюра изгибающих моментов

Для третьей формы колебаний

$$S_{031} = 9,81 \cdot 802,4 \cdot 0,2 \cdot 1,2 \cdot 1,885 \cdot 1,3 \cdot 0,334 = 1546,223 \text{ кН};$$

... ..

Таким образом, получаем:

$$\bar{S}_{03}^T = \{1546,223; -1083,282; 307,665\} \text{ кН.}$$

Теперь можно определить расчетные сейсмические силы для второй и третьей формы колебаний.

Для второй формы колебаний

$$S_{21} = 1 \cdot 0,35 \cdot 2824,31 = 988,508 \text{ кН};$$

... ..

Таким образом, получаем:

$$\bar{S}_2^T = \{988,508; 1322,13; -766,9\} \text{ кН.}$$

Для третьей формы колебаний

$$S_{31} = 1 \cdot 0,35 \cdot 1546,223 = 541,178 \text{ кН};$$

... ..

Таким образом, получаем:

$$\bar{S}_3^T = \{541,178; -379,148; 107,683\} \text{ кН.}$$

Теперь нужно вычислить внутренние усилия в расчетных сечениях стержня по второй и третьей форме колебаний в предположении статического воздействия сейсмических сил (рис. 8.10, 8.11).

Для второй формы колебаний значения поперечных сил составят:

$$Q_{N32} = -766,9 \text{ кН};$$

... ..

Таким образом, получаем:

$$\bar{Q}_2^T = \{1543,738; 555,23; -766,9\} \text{ кН};$$

Значения изгибающих моментов составят:

$$M_{N32} = -766,9 \cdot 8,25 = -6326,925 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

... ..

Таким образом, получаем:

$$\vec{M}_2^T = \{10989,56; -1746,277; -6326,925\} \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Для третьей формы колебаний значения поперечных сил составят:

$$Q_{N33} = 107,683 \text{ кН};$$

...

Таким образом, получаем:

$$\vec{Q}_3^T = \{269,713; -271,465; 107,683\} \text{ кН};$$

Значения изгибающих моментов составят:

$$M_{N33} = 107,683 \cdot 8,25 = 888,385 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

...

Таким образом, получаем:

$$\vec{M}_3^T = \{873,93; -1351,201; 888,385\} \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Теперь осталось определить расчетные значения внутренних усилий, используя нормативную формулу СП:

$$N_p = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n N_i^2}.$$

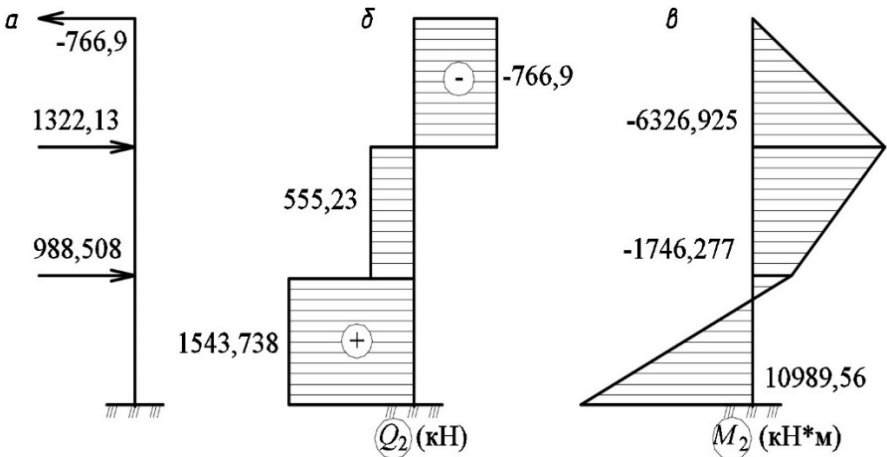


Рис. 8.10. Нагрузки и эпюры внутренних усилий по второй форме колебаний: а – схема приложения нагрузки; б – эпюра поперечных сил; в – эпюра изгибающих моментов

Определим расчетные значения поперечных сил:

$$\bar{Q}^{T1} = \pm\sqrt{4036,875^2 - 1543,738^2 + 269,713^2} = \pm 3739,783 \text{ кН};$$

$$\bar{Q}^{T2} = \pm\sqrt{3640,942^2 - 555,23^2 + 271,465^2} = \pm 3693,025 \text{ кН};$$

$$\bar{Q}^{T3} = \pm\sqrt{2297,462^2 - 766,9^2 + 107,683^2} = \pm 2168,361 \text{ кН}.$$

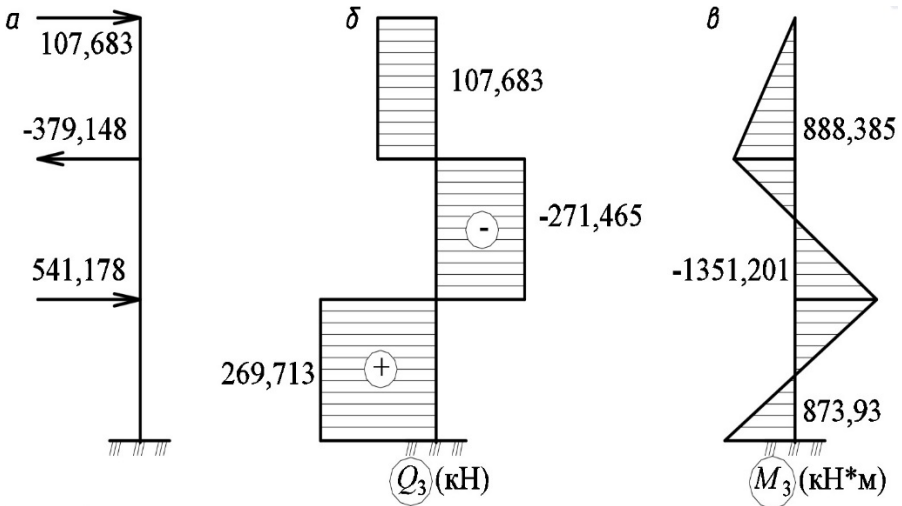


Рис. 8.11. Нагрузки и эпюры внутренних усилий по третьей форме колебаний: *a* – схема приложения нагрузки; *б* – эпюра поперечных сил; *в* – эпюра изгибающих моментов

Определим расчетные значения изгибающих моментов:

$$\bar{M}^{T1} = \pm\sqrt{82296,052^2 + 10989,56^2 + 873,93^2} = \pm 83031,165 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\bar{M}^{T2} = \pm\sqrt{48991,83^2 + 1746,277^2 - 1351,201^2} = \pm 48942,05 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\bar{M}^{T3} = \pm\sqrt{18954,06^2 - 6326,925^2 + 888,385^2} = \pm 17888,981 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

В итоге окончательно имеем:

$$\bar{Q}^T = \{\pm 3739,783; \pm 3693,025; \pm 2168,361\} \text{ кН};$$

$$\bar{M}^T = \{\pm 83031,165; \pm 48942,05; \pm 17888,981\} \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По полученным данным строим эпюры расчетных значений поперечных сил и изгибающих моментов в консольном стержне, представленные на рис. 8.12.

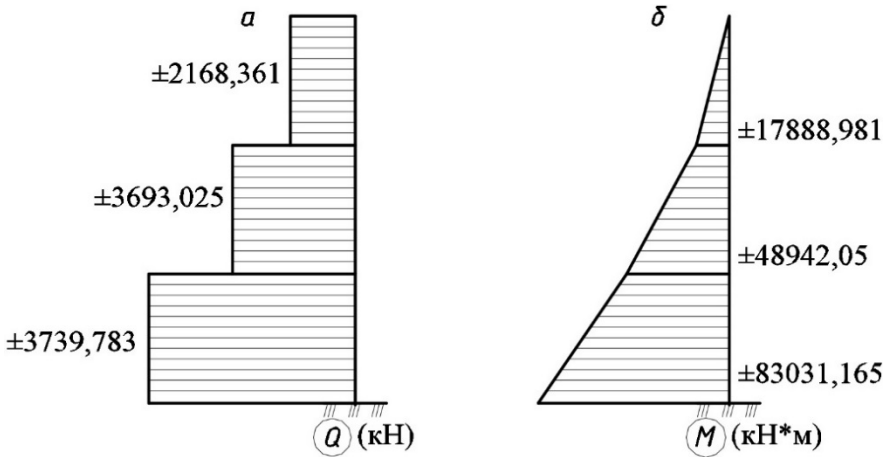


Рис. 8.12. Расчетные эпюры: а – эпюра поперечных сил; б – эпюра изгибающих моментов

### Вопросы и задания для самопроверки

1. Какие коэффициенты сочетаний применяются при расчете на сейсмические нагрузки?
2. Что означает простое конструктивно-планировочное решение здания?
3. Каким образом определяется коэффициент динамичности?